

Universitetskanslersämbetets utbildningsutvärderingar

Självvärdering

Del 2. Ämnes- och ämnesdidaktiska studier

Lärosäte: Luleå tekniska universitet (LTU)

Yrkesexamen: Ämneslärarexamen med inriktning mot arbete i gymnasieskolan i undervisningsämnet **matematik**

Förutsättningar

Personal

Bedömningsgrund:

Antalet lärare och deras sammantagna kompetens (vetenskapliga/konstnärliga/professionsrelaterade och pedagogiska) är adekvat och står i proportion till utbildningens volym, innehåll och genomförande på kort och lång sikt.

Ämneslärarutbildningen i matematik vid LTU omfattar fem års studier i ämneskombinationer matematik–fysik, matematik–engelska och matematik–historia. Det finns också möjlighet att välja matematik i kombination med dans eller musik, men ämneskombinationen matematik–fysik är den som vanligen väljs.

Ämnes- och ämnesdidaktiska studier omfattar totalt 90 hp fördelat på tolv kurser. Kurser i matematik (67,5 hp) ges av lärare vid Institutionen för teknikvetenskap och matematik, TVM, och kurser inom matematikdidaktik (22,5 hp) samt examensarbete (30 hp) ges av lärare vid Institutionen för konst, kommunikation och lärande, KKL.

Samtliga kurser, förutom examensarbetet, omfattar 7,5 hp.

Kurser vid TVM

Differentialkalkyl

Linjär algebra och integralkalkyl

Linjär algebra och differentialekvationer

Flervariabelanalys och datorverktyg

Diskret matematik

Matematisk statistik

Linjär analys

Matematisk fysik

Analysens grunder (ersätts med *Matematisk analys och geometri* från ht 19)

Kurser vid KKL

Matematikdidaktik för ämneslärare 1

Matematikdidaktik för ämneslärare 2

Matematikdidaktisk fördjupning

Examensarbete 30 hp

Kursen *Analysens grunder* samt alla matematikdidaktiska kurser är unika kurser för ämneslärarutbildningen. Kursen *Matematisk fysik* är en kurs som också ingår i andra program. Övriga kurser vid TVM samläses med studenter i civilingenjörsutbildningar. Antalet ämneslärarstudenter som väljer matematik som ämne är i normalfallet cirka tio. Möjligheten till samläsning inom relevanta kunskapsområden kan ses som en fördel då studenterna möter fler studenter och därmed har tillgång till en större lärandemiljö. Det innebär också en högre matematisk kompetens hos den undervisande läraren som är specialist inom ett visst område. Det är dock viktigt att säkerställa att studenterna uppnår det djup och den förståelse som krävs för att i nästa steg kunna undervisa gymnasieelever. Det är därför en stor fördel att lärare i de matematikdidaktiska kurserna även har mycket goda kunskaper i matematik, och därmed de kunskaper som krävs för att sammanföra matematiken med didaktiken. Det ger också möjlighet att ge ytterligare specifika matematikkurser för ämneslärarstudenter, vilket framkommit som ett önskemål från några studenter.

På avdelningen för matematiska vetenskaper vid TVM finns sjutton anställda forskare och lärare. För närvarande är sex av dem examinatorer för de kurser som ges i ämneslärarutbildningen. Det finns tre professorer, tre biträdande professorer, tre universitetslektorer och två universitetsadjunkter i matematik samt tre universitetslektorer i matematisk statistik. Därutöver finns ett antal doktorander. I normalfallet är det examinatorerna som undervisar vid kurserna, men i de kurser på grundnivå som har stora grupper studenter förekommer det även att doktorander undervisar. Alla examinatorer är disputerade i matematik och de flesta är också aktiva forskare.

Forskningsämnet *Matematik och lärande* vid KKL innefattar en professor, tillika ämnesföreträdare, ett antal lektorer som är disputerade i matematikdidaktik samt en adjunkt som undervisar i lärarutbildningarna mot yngre åldrar. Förändringar har skett sedan föregående läsår, delvis på grund av pensionsavgång. Innevarande läsår (2018–19) undervisar en professor och två vikarierande disputerade lärare i de matematikdidaktiska kurserna. Examensarbeten handleds av samma personal. Alla tre är erfarna lärare och aktiva forskare i matematikdidaktik med omfattande vetenskaplig och professionsrelaterad kompetens. I januari 2019 startar en forskarskola kopplat till lärarutbildningen (se del 1) som innebär att miljön får ett tillskott av minst tre nya doktorander i *Matematik och lärande*.

Det nära samarbetet mellan de två institutionerna innebär att lärare och utbildningsledare möts kontinuerligt för att utbyta information och lösa eventuella problem kopplat till utbildningen. Samarbete sker även inom forskning. I ett nystartat projekt deltar forskare vid båda institutionerna för att undersöka matematikstudenters kunskaper och motivation i ämnet.

Antalet lärare i proportion till utbildningens volym är mycket god. Genom åren har antalet antagna till ämneslärarutbildningens som valt en ämneskombination med matematik varierat. För närvarande är det mellan 6 och 9 studenter i programmet, beroende på vilket år de antagits. Eftersom kurser för studenter i civilingenjörsprogrammen samordnas i mycket hög utsträckning så är antalet studenter i matematikkurserna betydligt fler.

Förutsättningar

Utbildningsmiljö

Bedömningsgrund:

Det finns en för utbildningen vetenskaplig/konstnärlig och professionsinriktad miljö och verksamheten bedrivs så att det finns ett nära samband mellan forskning och utbildning.

Det är inte helt enkelt att koppla den senaste forskningen i matematik med undervisning i ämnet, särskilt inte i de mer grundläggande kurserna. Indirekt finns dock en koppling genom att lärare som undervisar i matematik vanligtvis är disputerade och aktiva forskare inom sitt ämne.

De didaktiska kurserna har en tydlig koppling mellan forskning och utbildning, vilket bland annat visar sig i kurslitteratur och referenslitteratur som relaterar till kursens innehåll. I litteraturlistan ingår artiklar, som är referee-granskade och publicerade i vetenskapliga tidskrifter, några även författade av lärare som undervisar i kursen. Konkreta exempel är artiklar om elevers motivation i matematik, lärarstudenters förståelse om matematiska begrepp och konceptuell kunskap i matematik samt en kartläggning av elevers erfarenheter av att studera med iPads. Då undervisande lärare deltagit i studien blir det en nära koppling till aktuell forskning i matematikdidaktik. Kurslitteratur och listan av referensartiklar revideras varje år för att hänvisa studenter till aktuell och relevant kunskap om utveckling inom området.

Ett syfte med forskning i matematikdidaktik är att förstå lärande och undervisning som breda och mångsidiga fenomen. Dessa fenomen sker oftast i skolan i grupper av 15–25 elever. Antal studenter i matematikdidaktiska kurser är 7–10. Det möjliggör att didaktiska teorier och undervisningsmetoder kan diskuteras och testas i omständigheter som väl motsvarar ett klassrum i skolan. Följaktligen framkallar dessa kurser en perfekt miljö att också observera, reflektera över och analysera ämneslärarstudenternas egna lärande och undervisning i en autentisk och yrkesanknyten kontext. Det görs kontinuerligt under dessa kurser vilket förstärker bland annat det metodologiska sambandet mellan forskning och utbildningen.

Utformning, genomförande och resultat

Måluppfyllelse – kunskap och förståelse

Bedömningsgrund:

Utbildningen möjliggör genom utformning och genomförande samt säkerställer genom examination att studenten, när examen utfärdas, kan uppnå de utvalda målen inom kunskapsformen kunskap och förståelse i examensordningen.

Mål

1. För ämneslärarexamen med **inriktning mot arbete i gymnasieskolan** ska studenten

- visa sådana ämneskunskaper som krävs för yrkesutövningen, inbegripet såväl brett kunnande inom ämnesstudiernas huvudområde som väsentligt fördjupade kunskaper inom vissa delar av detta område och fördjupad insikt i aktuellt forsknings- och utvecklingsarbete.

Inom samtliga ämneskurser ingår teorier, metoder och begrepp kopplade till respektive matematiskt område. Många kurser är uppbyggda på likande sätt för att uppnå både djup och bredd. Som exempel så inleds kursen *Linjär algebra* med vektoralgebra med direkt tillämpning i tredimensionell geometri. Speciell vikt läggs vid räta linjer och plan, ortogonal projektion och avståndsberäkning. Därefter lär sig studenten att lösa linjära ekvationssystem, matriser introduceras och algebran utvecklas. Kursens andra del behandlar integraler. Kärnan av detta moment är att beräkna integraler medelst primitiva funktioner. Det ingår också en introduktion till hur integraler definieras ur Riemannsummor. Vidare lär sig studenten att ställa upp korrekta integraler för area- och volymberäkning. Kursen innehåller också en laboration i matematikprogrammet Maple, där kursens innehåll i linjär algebra och integraler illustreras.

Liksom vid andra universitet är nästan alla ämneskurser vid LTU kategoriserade att vara på grundnivån. Detta beror på det globala fenomenet att avståndet mellan forskning och grundutbildning i matematik har ökat kraftigt under de senaste 50 år. I detta avseende skiljer sig matematik från andra ämnen på ett grundläggande sätt.

Nedan är ett exempel med två uppgifter från tentamen i "Linjär algebra och differentialekvationer" från 2018-08-27. Uppgifterna kan ses som exempel på nivå i ämneskurserna och speglar därmed en fördjupning som krävs inför framtida yrkesutövning och utvecklingsarbete.

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 2y = 5 \sin(2x) \\ y(0) = 0, y'(0) = 0. \end{cases} \quad (5 \text{ p})$$

5. Definiera avbildningen $T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_3$ via

$$T(p(t)) = 2tp'(t) - t^3p(1).$$

- Visa att T är en linjär avbildning.
- Bestäm matrisen för T relativt baserna $\mathcal{B}_1 = \{1 - t, t - t^2, t^2\}$ och $\mathcal{B}_2 = \{1, t, t^2, t^3\}$. (5 p)

Uppgift 4 är en grundläggande uppgift, där studenten testas på användning av instuderade metoder på en känd problemtyp. Uppgift 5 är utmanande, och kräver förståelse av begrepp och teoretiskt resonemang, på

ett område som vi av erfarenhet vet att studenterna tycker är besvärligt. När lösningar poängsätts bedöms lösningsprocessen snarare än svaret. Ett felaktigt svar kan ge full poäng, om lösningsprocessen är korrekt med något enstaka uppenbart slarvfel. Felaktigheter renderar poängavdrag i en omfattning som svarar mot hur allvarligt felet bedöms. Lösningen granskas också som en helhet för att verifiera att gjorda avdrag inte motsäger helhetsintrycket.

Maplelaborationen i "Linjär algebra och integralkalkyl" består av tre uppgifter i Linjär algebra, som ska lösas med datorverktyget Maple i grupper om en till tre personer. Lösningen redovisas med en skriftlig rapport, som måste bli godkänd för att momentet ska betygsättas. Studentgrupperna kan få en eller flera returer för kompletteringar om godkänt-kravet ej är uppfyllt. Momentet är på 0,6 Hp, så det är en liten del av den totala kursen, men är ett absolut krav för att bli godkänd.

Kursen *Matematisk fysik* behandlar partiella differentialekvationer och deras betydelse vid fysikalisk modellering. I kursen härleds ur grundläggande principer diverse fysikaliska modeller i termer av partiella differentialekvationer med tillhörande rand- och begynnelsevillkor. Dessa problem löses med olika tekniker, främst serieutveckling eller transformmetoder, i olika geometrier och med skiftande randvillkor. Fouriers metod är återkommande: att serieutveckla lösningen i en bas av egenfunktioner till en operator som kan förknippas med ekvationen som studeras. Detta är möjligt tack vare den naturliga ortogonalitet som egenfunktioner uppvisar.

Kursen *Linjär analys* läser lärarstudenter tillsammans med studenter på civilingenjörsprogram i högre årskurs. Syftet med kursen att studenten lär sig grunderna inom områden potensserier, teorin för Fourierserier, Laplacetransformer, Fouriertransformer, distributionsteori och system av differentialekvationer. Det är kunskaper som gör matematiken till ett effektivt verktyg inom områden som reglerteori, signalteori, bildbehandling, mekanik, hållfasthetslära och fysik. Undervisningen sker i form av föreläsningar och lektioner. Studenternas kunskaper testas sedan i en avslutande skriftlig individuell tentamen. Nedan ges exempel på uppgifter som kan förekomma.

1. En spole med induktans L och en kondensator med kapacitans C kopplas i serie med en spänningskälla med spänningen $u(t)$. Strömmen $i(t)$ [A] genom kretsen uppfyller följande differentialekvation.

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} i = \frac{du}{dt}, \quad i(0) = 1, \quad i'(0) = 2$$

Lös differentialekvationen med hjälp av enkelsidig Laplacetransform om $L = 5$ [Henry] och $C = 1/10$ [Farad] samt $u(t) = \cos(t-2)H(t-2)$ [V]. Där H står för Heavisidefunktionen. (5p)

5. Bestäm en allmän lösning till följande differentialekvation med hjälp av Fourierserier

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + y = f(t),$$

där

$$f(t) = \begin{cases} \pi - t, & t \in (0, \pi], \\ 0, & t \in [-\pi, 0] \end{cases}, \quad \text{samt} \quad f(t + 2\pi) = f(t) \text{ för alla } t \in \mathbb{R}.$$

(5p)

Kursen *Differentialkalkyl* bygger vidare på kunskaper som studenterna har med sig från gymnasiet och syftar till att fördjupa kunskaperna inom differentialkalkyl, men också införa nya begrepp och metoder. Kursen behandlar bland annat deriveringsregler, max och min beräkningar av funktioner, inversa funktioner och implicita funktioner i en variabel, modellera max och min problem i tillämpningar och lösa dessa, elementär algebra, trigonometri, samt Taylor approximation, numerisk beräkning av nollställen. Undervisningen sker i form av föreläsningar och lektioner. Studenternas kunskaper testas sedan i en avslutande skriftlig individuell tentamen.

En vanlig modell av skriftlig individuell tentamen omfattar sex uppgifter som maximalt kan ge fem poäng per uppgift. Betygsskalan är 3,4,5, där 3 är godkänt och 4, och 5 är överbetyg. Godkänt betyg ges i allmänhet för 14 poäng av 30. Överbetyg uppnås av högre poängtal. Vi försöker utforma tentamen så att hälften av poängen på tentan är på grundläggande nivå, så studenten kan bli godkänd genom att klara den delen perfekt. Övrig poäng är mer krävande för överbetyg.

Även kursen *Matematisk statistik* bygger vidare på kunskaper som studenterna har med sig från gymnasiet och vidareutvecklar dessa med fokus på ett kommande arbetsliv, men också fortsatta studier inom teknik, samhälls- och naturvetenskap. Kursens mål är att studenten efter avslutad kurs skall kunna tillämpa några ofta använda statistiska metoder samt ha en förståelse för de begrepp och resultat inom sannolikhetsläran som metoderna bygger på. En viktig del av kursen är träning i statistiskt tänkande, diskussion av statistiska resonemang och tolkning av statistiska resultat. Undervisningen bedrivs främst i lektionssal där studenterna diskuterar begrepp och löser problem med lärare som aktivt stöd. I kursen *Matematisk statistik* arbetar studenterna gruppvis med sina laborationsuppgifter. Laborationsrapporterna granskas sedan av andra studenter som ger feedback på arbetet. Det är alltså "peer review", men kallas "kamratgruppsbedömning" i den kursen. Den skriftliga individuella tentamen i *Matematisk statistik* har en annan modell än den som beskrivs ovan. Tentamen består av två delar. Del 1 är uppgifter där endast svar ska lämnas in, och del 2 där fullständiga lösningar ska redovisas. Del 1 bedöms godkänd om studenten uppnått minst 17 av 25 poäng, och ger betyg 3 på tentamen. Del 2 bedöms endast för överbetyg, och endast om del 1 är godkänd.

Ämneskursernas innehåll relaterar till ett antal tillämpningar i det moderna samhället och i forskning och behandlar teorier, metoder och begrepp som är relevanta för både civilingenjörer och matematiklärare. De matematikkurser som ingår i ämnesläroutbildningen är särskilt utvalda för att ge fördjupade kunskaper i den matematik som studenterna behöver för att undervisa i gymnasieskolan.

Inom de didaktiska kurserna är både aktuella forskningsresultat och metoder möjliga att introducera redan på grundnivå, vilket också görs systematiskt i alla didaktiska kurser. En fundamental princip i matematik är att den bygger på objektiv och neutral argumentation. Det är förmågan att kommunicera matematik i enlighet med tydliga och väldefinierade principer som är i fokus vid bedömning. Den här utgångspunkten påpekas kontinuerligt i våra ämnesdidaktiska kurser men också att bedömningar i matematik är ett mycket mer komplicerat fenomen. I klassrummet gömmer sig det matematiska tänkandet bakom elevernas muntliga och skriftliga uttryck som lärare måste kunna tolka för att bedöma elevernas kunskaper i matematik. I de didaktiska kurserna diskuteras därför både etiskt agerande inom matematik och de verktyg som används för att bedöma elevers prestationer, till exempel teorin av Tall och Vinner om begreppsdefinitioner och -bilder (concept definitions and concept images) och APOS teorin. I kurserna *Matematikdidaktik för ämneslärare 1* och *2* skall studenten också beskriva och analysera några sätt att hantera elevers olika förutsättningar att tillgodogöra sig matematikundervisning. Detta examineras med hjälp av skriftliga kursuppgifter.

Kurser i det vanligaste andra ämnet, fysik, ger en ganska omfattande introduktion till mekanik, termodynamik, optik, elektroteknik och elfältteori samt partikel- och kärnfysik, astrofysik och kosmologi. En av kurserna i fysik inriktar sig helt och hållet på fysik och lärande, ytterligare diskuteras ämnesdidaktiska frågor också på några andra kurser i fysik. Studierna genomförs individuellt såväl som i grupp och omfattas av föreläsningar, laborationer, gruppövningar samt tillämpningsövningar. Examinationen av dessa kurser sker på samma sätt som i kurser i matematik, bland annat med hjälp av individuella tentamina och skriftliga rapporter.

Matematiken spelar en viktig roll i alla dessa kurser men många kurser i fysik bidrar också till lärande i matematik. Till exempel, i kurser i mekanik lär studenten mycket om vektorer och vektorräkning som ligger i kärnan av lineär algebra. Ett annat konkret exempel är optik som fördjupar och generaliserar studentens förståelse i trigonometri. Ytterligare kan man nämna derivatans, integralens och differentialekvationernas väsentliga roller i de flesta kurser i både matematik och fysik. De här ämnena stödjer varandra alltså innehållsmässigt och utnyttjar likadana arbetssätt. Därför är de en mycket bra kombination för ämneslärare.

Utformning, genomförande och resultat

Måluppfyllelse – kunskap och förståelse

Bedömningsgrund:

Utbildningen möjliggör genom utformning och genomförande samt säkerställer genom examination att studenten, när examen utfärdas, kan uppnå de utvalda målen inom kunskapsformen kunskap och förståelse i examensordningen.

Mål

2. *Visa fördjupad kunskap om vetenskapsteori samt kvalitativa och kvantitativa forskningsmetoder, och visa kunskap om relationen mellan vetenskaplig grund och beprövad erfarenhet och dess betydelse för yrkesutövningen.*

Enligt Nationalencyklopedins definition så är matematik "en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling". Diskussion om matematikens natur har en mycket lång historia och bland matematiker finns det inte någon samstämmighet om matematiken är en vetenskap med olika metoder eller en övergripande forskningsmetod i sig själv för att användas i fysik och andra vetenskaper. Samtliga kurser i matematik behandlar relevanta teorier och metoder för varje delområde inom matematiken, men det finns inte någon kurs i matematik som direkt hänvisar till begreppet vetenskapsteori.

Vetenskapsteori och forskningsmetoder ingår däremot i alla didaktiska kurser. Kursen *Matematikdidaktik för ämneslärare 1* lyfter fram filosofiska frågor om den matematiska kunskapens natur. Filosofiska synpunkter som diskuteras under lektioner och i skriftliga uppgifter innefattar logicismen, intuitionismen, realismen och positivismen. Samma kurs ger också en introduktion till vissa kvalitativa metoder så som innehållsanalys. Kursen *Matematikdidaktik för ämneslärare 2* ger fördjupade kunskaper om kvalitativa metoder. Kvantitativa forskningsmetoder behandlas i kursen *Matematikdidaktisk fördjupning*, bland annat korrelationsanalys och metoder som bygger på jämförelse av medelvärden. Vidare ges en introduktion till hur man använder SPSS, eller andra statistiska mjukvara, för att analysera kvantitativa data. Studenten ska analysera givet empiriskt material med hjälp av olika teorier och redovisa sina resultat i skriftliga uppgifter samt i ett projektarbete som redovisas muntligt. Både kursuppgifterna och projektarbeten examineras.

Utformning, genomförande och resultat

Måluppfyllelse – färdighet och förmåga

Bedömningsgrund:

Utbildningen möjliggör genom utformning och genomförande samt säkerställer genom examination att studenten, när examen utfärdas, kan uppnå de utvalda målen inom kunskapsformen kunskap och förståelse i examensordningen.

Mål

3. *Visa fördjupad förmåga att kritiskt och självständigt tillvarata, systematisera och reflektera över egna och andras erfarenheter samt relevanta forskningsresultat för att därigenom bidra till utvecklingen av yrkesverksamheten och kunskapsutvecklingen inom ämnen, ämnesområden och ämnesdidaktik.*

Ett viktigt mål i de didaktiska kurserna är att studenten lär sig reflektera över och analysera sitt eget arbete samt elevers och skolans verksamhet på vetenskaplig grund. Detta innebär övningar där studenten samlar empiriska material och genom att klassificera, representera, analysera och tolka, visa förståelse om sin egen och andra studenters kunskapsutveckling. Ett konkret exempel är att studenten i kurserna *Matematikdidaktik för ämneslärare 1* och *2* forskar på sin egen inläring, bland annat genom att besvara en enkät som kartlägger hennes/hans uppfattningar om något matematiskt begrepp. Därefter måste studenten rita en begreppskarta över sin skriftliga definition av samma begrepp och analysera förhållanden mellan skriftlig definitionen, begreppskartan och studentens svar på olika uppgifter som förutsätter tillämpning av dessa begrepp. På så sätt lär sig studenten att förstå sitt eget lärande, men också vilka synpunkter och utmaningar som är relaterade till kommunikation mellan lärare och elev. Genom att forska på det egna lärandet synliggörs relationen mellan vetenskapligt tillvägagångssätt och vardaglig intuition. Det öppnar upp för diskussioner om orsaker kring "feltänk" i matematik. Till exempel kan en elev skriva $1/2+1/3=2/5$. Det är ett felaktigt sätt att använda matematiska symboler, men uppvisar ändå logiskt tänkande med tolkning $1/2+1/3=(1+1)/(2+3)$. Det verkliga tänkandet och lärandet kan alltså ske på en helt annan nivå än den uttryckta kommunikationen.

Förmågan att systematisera och reflektera över erfarenheter av och forskningsresultat om matematik och lärande utvecklas i mycket hög grad i examensarbetet. Den forskarskola som startar i början på 2019, som kommer att fokusera på praktisknära skolforskning, ger därmed fler möjligheter att utveckla också ämneslärarutbildningen. Forskningen kan direkt bidra med kunskaper som stärker lärarstudenter i en framtida yrkesverksamhet. Studenterna kan också uppmuntras att skriva examensarbetet med fokus på praktisknära frågor med nära koppling till någon av doktorandernas projekt.

Genom det nära samarbetet mellan de två institutionerna KKL och TVM, som utvecklats det senaste året, ser vi nya möjligheter till gemensamma projekt för att ge framtidens lärare ännu bättre förutsättningar att utveckla matematikundervisningen i skolan. För de studenter som valt ämneskombinationen matematik-fysik skulle det kunna innebära gemensamma didaktiska projekt för att undersöka hur de båda ämnena tillsammans kan stärka lärandet i både matematik och fysik.

Utformning, genomförande och resultat

Måluppfyllelse – färdighet och förmåga

Bedömningsgrund:

Utbildningen möjliggör genom utformning och genomförande samt säkerställer genom examination att studenten, när examen utfärdas, kan uppnå de utvalda målen inom kunskapsformen kunskap och förståelse i examensordningen.

Mål

4. *Visa förmåga att tillämpa sådan didaktik och ämnesdidaktik inklusive metodik som krävs för undervisning och lärande inom det eller de ämnen som utbildningen avser och för den verksamhet i övrigt som utbildningen avser.*

De didaktiska kurserna syftar till att studenten utvecklar förmåga att tillämpa sådan didaktik och ämnesdidaktik inklusive metodik som krävs för undervisning och lärande inom matematik. Efter att ha slutfört kursen *Matematikdidaktik för ämneslärare 1* skall studenten kunna beskriva hur elevers förståelse för begrepp, tillvägagångsätt och kunskap i matematik utvecklas, beskriva och analysera några sätt att hantera elevers olika förutsättningar att tillgodogöra sig matematikundervisning, uttrycka och argumentera för sin föreställning om hur det matematiska tänkandet och matematikens språk utvecklas tillsammans. Därtill skall studenten kunna beskriva och argumentera för våra vanligaste talområden och talsystem samt deras grundläggande egenskaper, använda begrepp, symboler, representationsformer, regler och algoritmer inom talteori som tas upp inom ramen för kursen och analysera sitt eget lärande om talbegrepp, grundläggande egenskaper hos tal samt talteori med hjälp av matematikdidaktiska teorier inom ramen för kursen. Att studenten har nått dessa mål examineras med hjälp av skriftliga kursuppgifter och rapporter från projektarbeten.

Ett konkret exempel är en uppgift där studenten reflekterar över sin egen inlärningsprocess med hjälp av APOS teorin och andra didaktiska verktyg. Studenten ska visa sin förståelse av de vanligaste talsystemen genom att bevisa med hjälp av Peanos axiom, mängder och tallinje, hur man motiverar t.ex. att $2+3=5$. Konstruktioner som matematiskt förklarar detta faktum i kontexten av naturliga tal och heltal är helt olika. I en skriftlig rapport redogör studenten bland annat för vilka och hurdana operationer och processer som ingår i olika bevis och på vilka sätt dessa utgör mer allmänna matematiska objekt (procedurer osv.) som kan användas för att lösa andra uppgifter.

I kursen *Matematikdidaktik för ämneslärare 2* ska studenten kunna beskriva olika metoder för att undervisa i matematik, beskriva och analysera några sätt att hantera elevers olika förutsättningar att tillgodogöra sig matematikundervisning, genomföra laborativa och kollaborativa undervisningsexperiment, behandla problem med matematiskt innehåll, använda programmering som verktyg i matematikundervisning och utvärdera läromedel och läroplan inom ramen för matematikdidaktiska forskningsresultat.

Detta möjliggörs genom att studera olika teorier om matematikundervisning såsom variationsteori och Talls och Vinnars teori om begreppsdefinition och begreppsbild, bevisföring och problemlösning som undervisningsmetod, och vad laborativ och kollaborativ undervisning i matematik innebär. Ytterligare diskuteras resultat av empiriska studier om lärande och läromedel i matematik, styrdokument och lärandemiljöer som lägger grund för och främjar elevers kunskapsutveckling i matematik samt programmering och olika tekniska hjälpmedel i matematikundervisningen. Studenten visar att hen har utvecklat denna kompetens i skriftliga kursuppgifter som examineras.

Ett konkret exempel på skriftliga uppgifter som innebär programmering är att studenten måste designa och koda ett program som avgör om ett givet tal är perfekt eller inte. Detta förutsätter att programmet måste hitta alla faktorer av talet, addera dem och jämföra summan med det ursprungliga talet. Uppgiften innehåller också en didaktisk del där studenten måste reflektera med hjälp av olika didaktiska teorier på vilket programmet synliggör egenskaperna av begreppet det perfekta talet och på vilket sätt programmering bidrar till konceptuell förståelse om positiva heltal. I essäuppgifter redogör studenten för sina kunskaper i teorier om matematikundervisning, med utgångspunkt i egna erfarenheter från lärande och undervisning i matematik eller genom att sammanfatta och reflektera över forskningsartiklar som har publicerats i internationella vetenskapliga tidskrifter och diskuterar ett tema som är relevant för kursens innehåll.

Utformning, genomförande och resultat

Måluppfyllelse – färdighet och förmåga

Bedömningsgrund:

Utbildningen möjliggör genom utformning och genomförande samt säkerställer genom examination att studenten, när examen utfärdas, kan uppnå de utvalda målen inom kunskapsformen kunskap och förståelse i examensordningen.

Mål

5. *Visa förmåga att självständigt och tillsammans med andra planera, genomföra, utvärdera och utveckla undervisning och den pedagogiska verksamheten i övrigt i syfte att på bästa sätt stimulera varje elevs lärande och utveckling.*

Studenternas förmåga att planera, genomföra, utvärdera och utveckla undervisning och den pedagogiska verksamheten utvecklas i de tre didaktiska kurserna. Det innebär konkret att teorier och vetenskaplig litteratur som ingår i kurserna utgör grunden för de projektarbeten som studenterna genomför i varje didaktisk kurs. Studenternas förmåga att systematisera och reflektera över egna och andras erfarenheter samt relevanta forskningsresultat är centralt. Som ett exempel kan projektarbetet innebära att studenterna undersöker och visar på vilket sätt man kan använda programmering för att undervisa ett givet matematiskt begrepp eller räknemetod. Projektarbeten görs i grupper av 2–3 studenter och presenteras för andra studenter under en 45 minuters lektion. I utvärderingar har studenter uttryckt att de upplever dessa projektarbeten som relevanta och stimulerande. Projektarbeten bidrar även till måluppfyllelse inom övriga områden. De examineras i slutet av kursen.

Olika former av undervisning för att stimulera varje elevs lärande och utveckling diskuteras särskilt i kurserna *Matematikdidaktik för ämneslärare 1* och *2*. Studenterna får bekanta sig med olika undervisningsmetoder, exempelvis kollaborativ och laborativ undervisning samt programmering som undervisningsmetod. Studenterna ges också möjlighet att pröva olika metoder i gruppövningar där de presenterar lösningar till olika typer av matematikdidaktiska uppgifter.

Förmågor som detta mål handlar om utvecklas även i kurser inom UVK och VFU. För mer information, se del 1.

Utformning, genomförande och resultat

Måluppfyllelse – värderingsförmåga och förhållningssätt

Bedömningsgrund:

Utbildningen möjliggör genom utformning och genomförande samt säkerställer genom examination att studenten, när examen utfärdas, kan uppnå de utvalda målen inom kunskapsformen kunskap och förståelse i examensordningen.

Mål

6. Enligt UKÄ:s rekommendationer beskriver lärosätet måluppfyllelsen för det utvalda examensmålet i självvärderingens del 1.

Utformning, genomförande och resultat

Jämställdhet

Bedömningsgrund:

Ett jämställdhetsperspektiv beaktas, kommuniceras och förankras i utbildningens innehåll, utformning och genomförande.

PISA och andra internationella undersökningar som studerar elevers prestation i matematik visar inte sådana biologiska eller andra oundvikliga faktorer som automatiskt leder till skillnader mellan flickor och pojkar. Samma studier, som diskuteras i kursen *Matematikdidaktisk fördjupning*, visar dock att det finns ganska stora skillnader när det gäller flickornas intresse och uppskattning för att utveckla sina förmågor i matematik och att dessa skillnader uppstår redan i grundskolan. Därmed är det inte märkligt att de flesta studenter som väljer ämneslärutbildningen med inriktning mot matematik i gymnasieskolan är män. Hötterminen 2017 antogs åtta studenter, endast en av dem var kvinna. Läget i förskol- och grundlärutbildningarna är det motsatta.

LTU är nationellt sett inte unikt i det avseendet och fenomenet förekommer även i andra länder. Vi har beaktat jämställdhetsperspektiv genom att till exempel vara noggrann med rekryteringstexter samt säkerställa att studenter möter både kvinnliga och manliga lärare under utbildningen.

Jämställdhetsfrågor diskuteras i didaktiska kurser för att minska och avlägsna kulturella och attitydrelaterade hinder som flickorna har mött. Detta görs t.ex. i samband med diskussion om olika perspektiv på skolans matematik och matematikens natur. Forskning i matematikdidaktik har visat att det finns olika uppfattningar, även bland matematiker, som påverkar hur och vad som värderas inom matematiken. Syftet med diskussionen är att motivera studenten att se matematiken på ett brett sätt och att vara öppen för olika utgångspunkter och värderingar.

Se även del 1.

Utformning, genomförande och resultat

Uppföljning, åtgärder och återkoppling

Bedömningsgrunder:

Utbildningens innehåll, utformning, genomförande och examination följs systematiskt upp. Resultaten av uppföljningen omsätts vid behov i åtgärder för kvalitetsutveckling, och återkoppling sker till relevanta intressenter.

Lärosättet verkar för att studenten genomför utbildningen inom planerad studietid.

Som nämnts tidigare så finns ett avstånd mellan forskning och undervisning i matematik som är svår att överbrygga. Behovet av att förändra innehållet i kurserna är dock inte stort då innehållet är både giltigt och relevant för undervisning i matematik på gymnasiet. Under de senaste åren har de största förändringarna rört användning av datorer och programmering i skolan. Metoder att undervisa och vetenskaplig kunskap om lärande i matematik utvecklas dock hela tiden, vilket främst påverkar innehållet i de didaktiska kurserna.

Kurser i matematik examineras vanligen genom traditionell skriftlig tentamen. Utbildningens genomförande och examination följs oftast upp genom kvantitativa data, så som resultat i skriftliga tentamina. I flera av ämneskurserna görs också grupparbeten, ofta med datorverktyg, som examineras med skriftliga rapporter. I didaktiska kurser bygger studentens examination på projektarbeten och skriftliga kursuppgifter. Studentens lärande och utveckling följs upp med hjälp av feedback och diskussioner under lektioner och gruppövningar. Samtliga kurser har värderats med utgångspunkt i SOLO-taxonomin (se del 1).

Bristen på matematiklärare har inneburit att många studenter börjar jobba under studietiden, vilket kan påverka deras studier negativt. Kravet på lärarexamen gör dock att de flesta försöker avsluta sin utbildning. Eftersom det är få studenter som väljer matematik som ämne så är det också få som skriver examensarbete. Varje student erbjuds relativt mycket tid för personlig handledning och stöd i uppsatsskrivandet.

Vid ämnesmöten diskuteras den samlade bilden av studenternas synpunkter på kurserna, som vid behov revideras. Rent konkret har det bland annat inneburit genomförda ändringar under läsåret med 2017/18 med en kraftig ökning av antalet undervisningspass, uppdatering av kurslitteratur samt införande av nytt innehåll med fokus på programmering i matematikundervisning.

Se även del 1 för mer information av hur uppföljning och utveckling genomförs i ämneslärarutbildningen vid LTU.

Studentperspektiv

Bedömningsgrund:

Studenten ges möjlighet att ta en aktiv roll i arbetet med att utveckla utbildningens innehåll och genomförande.

Varje kurs har ett eget rum i lärplattformen Canvas. I Canvas samlas olika dokument, inklusive studiehandledningen. Studiehandledningen informerar studenterna om hur kursen är upplagd, lektionsinnehåll, vilka förberedelser som krävs, litteraturanvisningar och examinationsuppgifter. Den informerar studenter också om bedömningskriterier. I Canvasrummen finns också diskussionsforum där studenterna kan ställa frågor, framföra åsikter och diskutera olika frågeställningar med sina lärare och med varandra. Studenters feedback på kurser inhämtas även via kursvärderingar i EvaSys och programråd (se även del 1). Feedbacken återkopplas tillbaka till studenterna t.ex. i Canvasrummet och på möten med dem.

Närheten till lärarna innebär att studenter har goda möjligheter att ta en aktiv roll i arbetet med att utveckla utbildningens innehåll och genomförande. Synpunkter som rör de matematikdidaktiska kurserna diskuteras vid ämnesmöten och leder i vissa fall till revideringar av kursplaner eller studiehandledningar. Ett konkret exempel på detta är att studenters feedback som rörde handledningen av examensarbeten under vårtermin 2018 ledde till att arbetssättet i seminarier förändrades och att studenternas möjligheter att delta i seminarier på distans ökades.

Arbetsliv och samverkan

Bedömningsgrund:

Utbildningen är utformad och genomförs på sådant sätt att den är användbar och utvecklar studentens beredskap att möta förändringar i arbetslivet. Relevant samverkan sker med det omgivande samhället.

Trots att matematik som forskningsämne omfattar ett mycket stort och livaktigt kunskapsområde så har det inte påverkat innehållet i skolans matematik på något avgörande vis. Även kurser på universitetsnivå är förhållandevis stabila med avseende på innehåll. Denna stabilitet beror framförallt på matematikens natur och tidlösa relevans till andra ämnen och samhälle. På så sätt skiljer sig ämnet från de flesta andra ämnen. Innehållet i matematikkurserna vid LTU ger studenterna färdigheter som förbereder för att möta förändringar i arbetslivet och samhälle genom att de med hjälp av matematiken kan modellera och förstå många fenomen som orsakar förändringar. T.ex. alla mätbara fenomen som utvecklar över tid kan modelleras med hjälp av kontinuerliga funktioner som studeras i flera ämneskurser.

De didaktiska kurserna är utformade och genomförs så att de ger studenten verktyg och beredskap att reflektera, analysera och utveckla undervisning på allmän nivå, oberoende av i vilka inlärningsmiljöer han/hon kommer att arbeta i som lärare. Det vill säga att kurserna fokuserar på allmänna matematikdidaktiska teorier och innebär exempel på grundskolans, gymnasieskolans och vuxenutbildningens nivåer. Därmed ger de allmänna kunskaper att undervisa och utveckla undervisning i olika inlärningsmiljöer.

Kurser i matematikdidaktik revideras regelbundet med utgångspunkt i ny forskning och samhällsutveckling. Ett konkret exempel är nya moduler i programmering i matematikundervisning. Modulerna omfattar en bred introduktion till programmering med Python i olika programmeringsmiljöer med en djupgående sammanfattning av didaktiska teorier som motiverar och förklarar på vilka sätt programmering kan bidra till matematikundervisning. Studenterna får därmed en stark grund för att utveckla sina kunskaper om programmering.

Ett konkret exempel på relevant samverkan med det omgivande samhället och på möjligheter att utveckla beredskap att möta förändringar i arbetslivet är en kompetensutvecklingsdag som LTU och Luleå kommunens gymnasieskola organiserar tillsammans för ämneslärarstudenter och verksamma ämneslärare från flera kommuner i Norrbotten i december 2018. Dagen erbjuder både föreläsningar av lärarutbildare, forskare och verksamma lärare samt konkreta exempel att bearbeta i workshopen. Syftet med dagen är att diskutera hur vi kan möta elever med intresse och fallenhet för matematik. I läsåret 2018–19 ingår dagen i kursen *Matematikdidaktik för ämneslärare 1* och studenterna diskuterar efter dagen sina erfarenheter av att ha samarbetat med erfarna lärare.